Esame 2003

Si deve provvedere all'accoppiamento tra un motore asincrono trifase ed una pompa a vite, mediante un riduttore a ruote dentate cilindriche a denti diritti. Considerando che:
– il motore asincrono ha una sola coppia polare;
– il regime di rotazione della pompa è variabile tra 450 *e* 600 giri/minuto*;*
– la potenza nominale del motore è pari a 25 kW*,*
il candidato, dopo aver tracciato uno schema dell'accoppiamento e dopo aver scelto, secondo opportuni e giustificati criteri, ogni altro elemento mancante, esegua il proporzionamento del riduttore verificando, anche ad usura, l'ingranaggio.

Soluzione

1 - Generalità - Rapporto di riduzione

La velocità di rotazione nominale di un motore elettrico trifase è data da:

$$n = 60\frac{f}{p}$$

in cui:

f = frequenza = 50 Hz

p = numero di coppie di poli = 1

Risulta pertanto:

$$n = 60 \cdot \frac{50}{1} = 3\,000 \text{ giri/min}$$

Assumendo per lo scorrimento un valore pari al 3% (compatibile con la potenza di 25 kW), il motore ruota ad una velocità:

$$n_m = 3\,000 \cdot 0{,}97 = 2\,910 \text{ giri/min}$$

cui corrisponde la velocità angolare:

$$\omega_m = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{2\pi \cdot 2\,910}{60} = 304{,}78 \text{ rad/s}$$

La velocità di rotazione della pompa a vite, collegata all'albero d'uscita (2) del riduttore, varia tra:

$$n_{2\,max} = 600 \text{ giri/min} \rightarrow \omega_{2max} = \frac{2\pi \cdot 600}{60} = 62{,}83 \text{ rad/s}$$

$$n_{2\,min} = 450 \text{ giri/min} \rightarrow \omega_{2min} = \frac{2\pi \cdot 450}{60} = 47{,}12 \text{ rad/s}$$

cioè nel rapporto:

$$\frac{n_{2max}}{n_{2min}} = \frac{600}{450} = 1{,}\overline{3} = i_v \text{ (campo di variazione)}$$

Per poter realizzare un rapporto di riduzione (i_R) costante con il riduttore, occorre perciò che la velocità di rotazione dell'albero d'ingresso (1) del riduttore vari tra i due valori:

$$n_{1max} = n_m = 2\,910 \text{ giri/min}$$

$$\omega_{1max} = \omega_m = 304{,}73 \text{ rad/s}$$

$$n_{1min} = \frac{n_m}{i_v} = \frac{2\,910}{1{,}3} = 2\,182 \text{ giri/min}$$

$$\omega_{1min} = \frac{2\pi \cdot 2\,182}{60} = 228{,}50 \text{ rad/s}$$

In prima approssimazione il rapporto di riduzione è dato da:

$$i_R = \frac{n_{1\,max}}{n_{2max}} = \frac{n_{1\,min}}{n_{2min}} = \frac{2\,910}{600} = \frac{2\,182}{450} = 4{,}85 < 5$$

Visto il rapporto di riduzione non eccessivo, il riduttore si può realizzare con un solo ingranaggio (ingranaggio = coppia di ruote, secondo le norme UNI).
Per ridurre l'ingombro, conviene che il numero di denti del pignone sia il minimo possibile, compatibilmente con la necessità di evitare l'interferenza.
Il *Manuale di Meccanica*, per spostamento nullo, suggerisce:

$$z_1 = 14 \text{ denti}$$

Denti della ruota condotta:

$$z_2 = z_1 \cdot i_R = 14 \cdot 4{,}85 = 67{,}9$$

Si assume un numero di denti intero e dispari:

$$z_2 = 67 \text{ denti}$$

Il rapporto di riduzione effettivo risulta:

$$i_R = \frac{z_2}{z_1} = \frac{67}{14} = 4{,}786$$

2 - Schema dell'accoppiamento

Per ottenere il desiderato regime di rotazione variabile della pompa, si possono scegliere due strade:

– alimentare il motore asincrono con un *convertitore di frequenza* (inverter);
– interporre tra il motore e il riduttore un *variatore di velocità*.

2.1 - Schema dell'accoppiamento con l'inverter

Si suppone che la massima potenza del motore si ottenga con una frequenza pari a quella di rete (f = 50 Hz), cui corrisponde la velocità massima:

$$n_m = 2\,910 \text{ giri/min}; \quad \omega_m = 304{,}73 \text{ rad/s}$$

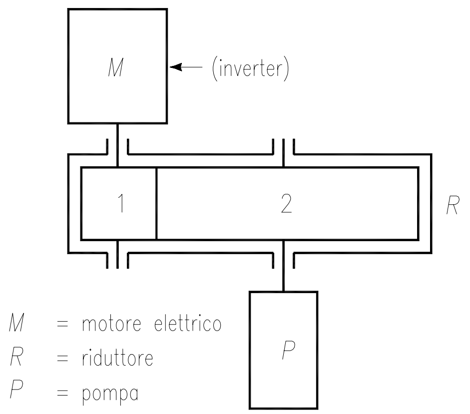

Fig. 1

Le velocità inferiori si ottengono riducendo proporzionalmente la frequenza mediante l'inverter.
Nel caso in esame le frequenze varieranno tra i valori:

$$f_{\max} = 50 \text{ Hz}; \quad f_{\min} = \frac{50}{1{,}\overline{3}} = 37{,}5 \text{ Hz}$$

che rientrano nella gamma di frequenze di lavoro ottimali per un inverter.
Alle frequenze inferiori il motore con l'inverter fornisce sempre la stessa coppia, quindi eroga potenze proporzionalmente inferiori; questa sua caratteristica è perfettamente compatibile con le prestazioni che deve fornire la pompa che, alle velocità più basse, richiede potenze minori.

2.2 - Schema dell'accoppiamento con variatore

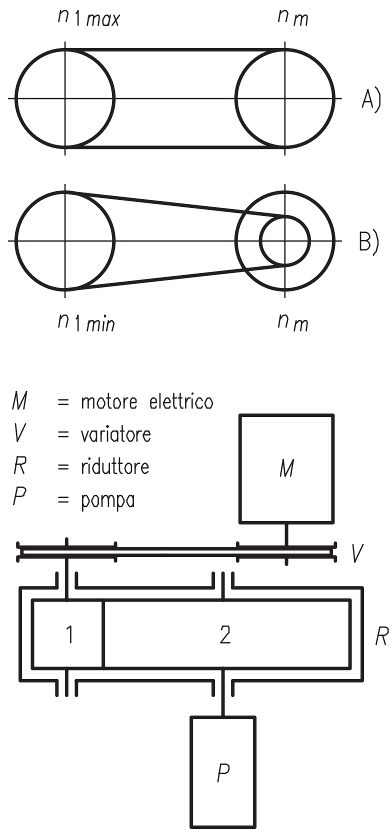

Fig. 2

La variazione di velocità richiesta si può ottenere anche meccanicamente, interponendo tra l'albero di comando del motore elettrico e l'albero d'ingresso (1) del riduttore un variatore a cinghia, con puleggia motrice fissa e puleggia condotta mobile.
Il campo di variazione delle velocità del variatore è: $i_v = 1 : 1{,}\overline{3}$, essendo:

$$\frac{n_m}{n_{1\max}} = \frac{2\,910}{2\,910} = 1 \quad \text{nella posizione A)}$$

$$\frac{n_m}{n_{1\min}} = \frac{2\,910}{2\,182} = 1{,}\overline{3} \quad \text{nella posizione B)}$$

Variatori di questo tipo, con una puleggia di tipo normale ed una regolabile con campo di variazione i_v da 1 a 1,4 si trovano in commercio con potenze fino a 36 kW (vedi *Manuale di Meccanica*).
Il loro rendimento è normalmente:

$$\eta_v = 0{,}85 \div 0{,}90$$

3 - Proporzionamento del riduttore

3.1 - Materiale delle ruote dentate

Acciaio da bonifica C50 UNI 7845
Pressione max tollerata sul fianco del dente:

$P_{am} = 375$ N/mm^2 (*Manuale di Meccanica*)

Per acciai bonificati, l'usura risulta il tipo di sollecitazione più gravoso, pertanto il calcolo del modulo si esegue in base alla resistenza all'usura (RH).

3.2 - Calcolo del modulo nel caso di motore con inverter

Si effettua con la formula riportata dal *Manuale di Meccanica*:

$$n = C \cdot \sqrt[3]{\frac{n_i}{P_{am}^2 \cdot \lambda}}$$

essendo il rapporto d'ingranaggio:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{67}{14} = 4{,}786$$

Si ricava dalle tabelle:

$$C = 15{,}5$$

Il riduttore sarà in scatola, per cui si assume: $\lambda = 25$.
La potenza di calcolo vale:

$$P = f_s \cdot P_n$$

La potenza nominale del motore è:

$$P_n = 25 \text{ kW}$$

Il fattore di servizio f_s si sceglie per servizio normale e sovraccarichi leggeri, consoni ad un motore elettrico ed una pompa a vite:

$$f_s = 1{,}2$$

$$P = 1{,}2 \cdot 2{,}5 = 30 \text{ kW} = P_{m\,\max}$$

Il massimo momento sull'albero (1) risulta:

$$M_1 = \frac{P}{\omega_{m\max}} \cdot 10^6 = \frac{30}{304{,}73} \cdot 10^6 = 98\,448 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Sostituendo, si ottiene:

$$m = 15{,}5 \cdot \sqrt[3]{\frac{98\,448}{375^2 \cdot 25}} = 4{,}70 \text{ mm}$$

Si adotta il modulo unificato: $m = 5$ mm.

3.3 - Calcolo del modulo nel caso di motore con variatore

In questo caso il massimo momento sull'albero (1) del riduttore si ha nella posizione B) (fig. 2).
Essendo il momento motore di calcolo:

$$M_m = \frac{P}{\omega_m} \cdot 10^6 = 98\,448 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

il valore di M_1 si ricava dalla relazione:

$$M_m \cdot \omega_m \cdot \eta_v = M_1 \cdot \omega_{1\min}$$

$$M_1 = M_m \cdot \frac{\omega_m}{\omega_{1\min}} \cdot \eta_v$$

Assunto $\eta_v = 0{,}90$ ed essendo: $\dfrac{\omega_m}{\omega_{1\min}} = 1{,}\overline{3}$, sostituendo si ottiene:

$$M_1 = 98\,448 \cdot 1{,}\overline{3} \cdot 0{,}90 = 118\,137 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Sostituendo nella formula del modulo, si ha:

$$m = 15{,}5 \cdot \sqrt[3]{\frac{118\,137}{375^2 \cdot 25}} = 5{,}00 \text{ mm}$$

Si adotta ancora il modulo unificato: $m = 5$ mm.

3.4 - Dimensioni delle ruote

In entrambi i casi si ha quindi:
- modulo: $m = 5$ mm
- angolo di pressione: $\alpha = 20°$
- rapporto di riduzione: $i_R = 4{,}786$
- larghezza: $b = \lambda \cdot m = 25 \cdot 5 = 125$ mm
- n. denti pignone: $z_1 = 14$
- diametro primitivo pignone: $d_1 = 5 \cdot 14 = 70$ mm
- diametro esterno pignone: $d_{1e} = 70 + 2 \cdot 5 = 80$ mm
- n. denti ruota: $z_2 = 67$
- diametro primitivo ruota: $d_2 = 5 \cdot 67 = 335$ mm
- diametro esterno pignone: $d_{2e} = 335 + 2 \cdot 5 = 345$ mm

$$v_1 = \omega_m \cdot \frac{d_1}{2} = 304{,}73 \cdot 0{,}035 = 10{,}7 \text{ m/s}$$

Occorre prevedere una lubrificazione in bagno d'olio.

3.5 - Proporzionamento degli alberi

Il proporzionamento degli alberi si effettua nella situazione più gravosa, che si ha nel caso di motore con variatore.

3.5.1 - Albero motore (1)

Massimo momento sull'albero:

$$M_1 = 118\,137 \ \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$F_t = 2 \cdot \frac{M_1}{d_1} = 2 \cdot \frac{118\,137}{70} = 3\,375 \text{ N}$$

$$F = \frac{F_t}{\cos 20°} = 3\,592 \text{ N}$$

Si deve prevedere di supportare gli alberi con cuscinetti a sfere. Il carico su ciascun cuscinetto vale:

$$P = R_A = R_B = \frac{3\,592}{2} = 1796 \ \text{N}$$

Prevedendo un funzionamento continuo, si stabilisce che il numero delle ore di funzionamento sia:

$$h = 40\,000$$

Essendo: $n = 2\,910$ giri/min, la durata in milioni di giri risulta:

$$L_{10} = \frac{60 \cdot n \cdot h}{10^6} = \frac{60 \cdot 2\,910 \cdot 40\,000}{10^6} = 6\,984$$

È quindi necessario che ciascun cuscinetto, lubrificato con olio, abbia coefficiente di carico dinamico:

$$C = P \cdot L_{10}^{1/3} = 1\,796 \cdot 6\,984^{1/3} = 34\,330 \ \text{N}$$

Dal catalogo SKF si sceglie il cuscinetto radiale rigido a sfere SKF 6405, che ha:

$C = 35\,800$ N
$d = 25$ mm
$D = 80$ mm
$B = 21$ mm

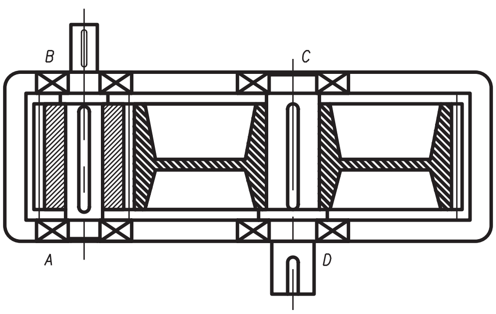

Fig. 3 - *Schizzo d'assieme*

velocità massima (lubrificato con olio): $n = 11\,000$ giri/min

Impostiamo il calcolo dell'albero prevedendo che non sia di pezzo con il pignone, ma collegato ad esso con linguetta e leggero forzamento. Pertanto lo schema dell'albero è quello riportato in fig. 4.

$$M_{f\,max} = R_A \cdot \frac{\ell_1}{2} = 1\,796 \cdot 84 = 150\,864 \ \text{Nmm}$$

$$M_t = M_1 = 118\,137 \text{ Nmm}$$

$$M_{fid} = \sqrt{150\,864^2 + 0{,}75 \cdot 118\,137^2} = 182\,283 \text{ Nmm}$$

Materiale: acciaio C50 bonificato
$R = 740$ N/mm^2

$n_R = 8{,}2$

$$\sigma_{adm} = \frac{740}{8{,}2} = 90 \text{ N/mm}^2$$

$$W = \frac{M_{fid}}{\sigma_{adm}} = \frac{182\,283}{90} = 2\,025 \ \text{mm}^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2\,025}{\pi}} \approx 28 \text{ mm}$$

Altezza delle sedi della linguetta:

sull'albero: $t_1 = 4$ mm

sul mozzo: $t_2 = 3{,}3$ mm

Il diametro dell'albero (e del foro) si assume pari a:

$$d_F = d + t_1 = 28 + 4 = 32 \text{ mm}$$

Verifichiamo se l'albero può essere realizzato come si è previsto. Con riferimento alla fig. 10.5 del cap. 10 del testo: Pierotti - Corso di Meccanica 2° vol. – Ed. Calderini, deve risultare:

$$y = \left(\frac{d_1}{2} - \frac{d_f}{2}\right) - t_2 \geqslant (1{,}5 \div 2)\,m$$

Con i valori trovati, si ha:

$$y = (35 - 16) - 3{,}3 = 15{,}7 \text{ mm} > 2\,m = 10 \text{ mm}$$

Pignone e albero possono non essere di pezzo, come è stato previsto.

3.5.2 - Albero condotto (2)

$M_2 = i_R \cdot M_1 = 4{,}786 \cdot 118\,137 = 565\,404 \ \text{N} \cdot \text{mm}$

$$F_t = 2 \cdot \frac{M_2}{d_2} = 2 \cdot \frac{565\,404}{335} = 3\,375 \ \text{N}$$

$$F = \frac{F_t}{\cos 20°} = 3\,592 \ \text{N}$$

Lo schema dell'albero (2) è simile a quello dell'albero (1), con un interasse tra i cuscinetti (C) e (D):

$\ell_2 = 170$ mm

$$R_A = R_B = \frac{3\,592}{2} = 1\,796 \ \text{N}$$

$$M_{f\,\max} = R_A \cdot \frac{\ell_2}{2} = 1\,796 \cdot 85 = 152\,660 \ \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$M_t = M_2 = 565\,404 \ \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$M_{fid} = \sqrt{152\,660^2 + 0{,}75 \cdot 565\,404^2} =$$

$$= 512\,900 \ \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_{adm} = 90 \ \text{N/mm}^2$$

$$W = \frac{M_{fid}}{\sigma_{adm}} = \frac{512\,900}{90} = 5\,700 \ \text{mm}^3$$

$$d = \sqrt{\frac{32 \cdot 5\,700}{\pi}} \approx 39 \ \text{mm}$$

Altezza delle sedi della linguetta:
sull'albero: $t_1 = 5$ mm
sul mozzo: $t_2 = 3{,}3$ mm

Si assume un diametro:

$d_F = d + t_1 = 39 + 5 = 44$ mm

In questo caso è:

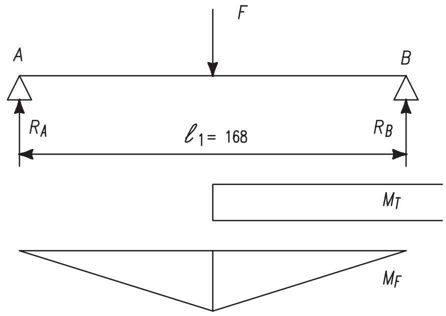

Fig. 4

$n = 600$ giri/min

$h = 40\,000$

$$L_{10} = \frac{60 \cdot 600 \cdot 40\,000}{10^6} = 1\,440$$

$C = 1\,796 \cdot 1\,440^{1/3} = 20\,281 \ \text{N}$

Dal catalogo SKF, si sceglie il cuscinetto radiale rigido a sfere SKF 6308, con:

$C = 41\,000$ N
$d = 40$ mm
$D = 90$ mm
$B = 23$ mm

Essendo:

$$\frac{d_2}{d_F} = \frac{335}{44} = 7{,}6$$

la ruota condotta si fa a disco, con:
– spessore del disco $= 2 \cdot m = 10$ mm
– spessore del mozzo $= 0{,}35 \cdot d_F = 15$ mm
– spessore della corona $= 4 \cdot m = 20$ mm

Il proporzionamento di massima è così terminato. Il passo successivo sarà quello del disegno esecutivo dell'assieme e dei particolari.